



A MODELAGEM MATEMÁTICA EM QUESTÕES AMBIENTAIS

CEOLIM, Amauri Jersi. TIDE/Fecilcam, ajceolim@gmail.com
BRAZ, Bárbara Cândido. USF/Matemática, Fecilcam, babicbraz@hotmail.com
ROEDER, Simone. USF/ Matemática, Fecilcam, mone-math@hotmail.com

INTRODUÇÃO

O relato transcrito a seguir refere-se a uma experiência envolvendo Modelagem Matemática, ocorrida em 2009 numa turma de segundo ano do Ensino Médio em uma escola do município de Iretama-PR. Entretanto, antes de expor a experiência, apresentaremos em seguida as circunstâncias que nos levaram a desenvolver este trabalho.

Desde outubro de 2007, a Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior (SETI) do Paraná, desenvolve o Programa de Extensão Universitária Universidade Sem Fronteiras (USF), atingindo duzentos e oitenta municípios do estado, priorizando os municípios com baixo Índice de Desenvolvimento Humano (IDH).

O Programa é composto pelos subprogramas: Incubadora dos Direitos Sociais, Apoio às Licenciaturas, Apoio à Agricultura Familiar, Apoio à Pecuária Leiteira, Apoio a Produção Agroecológica Familiar, Diálogos Culturais, Ações de Apoio à Saúde e Extensão Tecnológica, envolvendo equipes multidisciplinares formadas por profissionais recém-formados, professores e estudantes das universidades e faculdades públicas do Paraná.

O presente trabalho está vinculado ao Subprograma Apoio às Licenciaturas, que tem como objetivo a interação e o aprofundamento das relações entre a Educação Básica e o Ensino Superior Público do Estado do Paraná, bem como a discussão, em parceria com os educadores das escolas municipais e estaduais, das questões que interferem no ensino e aprendizagem e as relacionadas aos temas centrais que compõem os conteúdos programáticos das diversas disciplinas.

O município de Iretama, localizado na região centro-oeste do Paraná, vem sendo beneficiado com os projetos do USF desde o início de 2007. Desde então o projeto intitulado “Contribuições da pesquisa social da Etnomatemática e da Modelagem Matemática como intervenção em projetos escolares”, do Departamento de Matemática da FECILCAM¹, abordou questões relacionadas à Etnomatemática, Modelagem Matemática e Gestão Democrática, nas três escolas estaduais do município. Diante de um dos objetivos essenciais do projeto USF desenvolvido em Iretama, o de contribuir para a elevação do IDH

¹ Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão.



no município, no que diz respeito ao ensino fundamental e médio, e levando-se em consideração que desde 2007, o município vem desenvolvendo projetos significativos em relação ao meio ambiente, vimos a possibilidade de abordar este tema por meio da Matemática, de modo a atingir os objetivos do USF e ao mesmo tempo contribuir com os projetos municipais.

MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO AMBIENTAL

A Educação Ambiental, entendida como uma extensão dada ao conteúdo e à prática da educação, direcionada para a solução dos problemas relacionados ao meio ambiente, por meio de enfoques interdisciplinares e de participação ativa da comunidade, visa buscar soluções para problemas ambientais já existentes bem como prevenir problemas futuros. Neste sentido, a Educação Ambiental se faz necessária em todos os níveis de escolaridade, e quando bem difundida entre os alunos traz melhoria a qualidade de vida da sociedade.

Considerando que no contexto educacional a Modelagem² pode ser entendida como uma alternativa pedagógica que parte de um tema não necessariamente matemático e, sobre ele desenvolve questões que são respondidas por meio do ferramental matemático (Biembengut e Heim, 2003), temos na Modelagem uma oportunidade de abordagem de temas relacionados ao meio ambiente nas aulas de Matemática. O entendimento de Modelagem utilizado neste trabalho é aquele apresentado por Barbosa (2004) que a caracteriza como “um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações provenientes de outras áreas do conhecimento”.

Barbosa (2004) aponta cinco argumentos favoráveis para o uso da Modelagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática: Facilitação da aprendizagem, motivação, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração, preparação para usar a Matemática em diferentes áreas e compreensão do papel sócio-cultural da Matemática. Tais motivos representam também as facetas da Modelagem no que diz respeito a educação escolar.

Conforme Silva (2005), ao se definir Modelagem Matemática, ficam implícitos ou explícitos termos básicos como: situação real, problematização e investigação. Este último termo, segundo Barbosa (2004) destaca-se por promover a busca, seleção, organização de informações, sendo que a princípio pode envolver estratégias informais e intuições e “é importante que os alunos aprendam este processo porque a aplicação da Matemática para

² Usaremos o termo Modelagem ao nos referirmos a Modelagem Matemática.



resolver problemas complexos não oferece soluções únicas” (BEAN, 2001, p.56), ela envolve sim aproximações simplificadoras e hipóteses.

Ao desenvolver uma atividade de Modelagem, deve ficar claro que não existe um único modelo que responda ao problema, entretanto caminhos que se aproximarão de um resultado e que poderão ser aceitos como resultado desde que haja uma justificativa adequada. Esta resposta estará sempre aberta a ajustes e aperfeiçoamentos (BEAN, 2001).

A MATEMÁTICA QUE VEM DO LIXO: RELATO DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

As atividades relatadas a seguir foram desenvolvidas com uma turma de 30 alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola estadual do município de Iretama- PR, entre o primeiro e segundo semestres de 2009, durante 6 semanas no período contra turno. Anteriormente ao início do trabalho, aplicamos um questionário sócio-cultural aos alunos envolvidos, na qual pudemos verificar por meio das respostas dadas por eles que apenas 17 % destes alunos participavam de algum programa ambiental do município, Troca-verde ou coleta seletiva³. Um dos nossos objetivos foi então estimular os alunos a participarem mais ativamente de tais programas. Ao longo do trabalho foram realizadas 3 atividades, que serão descritas a seguir.

PRIMEIRA ATIVIDADE PROPOSTA⁴

Primeiramente os alunos participaram de uma palestra cujo tema foi a produção e destino dos resíduos domiciliares em Iretama. A partir desta palestra levantamos uma discussão sobre a produção de lixo no Brasil. Apresentamos um texto⁵ à turma e após um debate sobre ele, lançamos algumas questões que deveriam ser respondidas pelos 5 grupos formados.

Trecho do texto disponibilizado aos alunos: “A *quantidade de lixo produzida semanalmente por um ser humano é de aproximadamente 5 kg. Só o Brasil produz aproximadamente 240 000 toneladas de lixo por dia. [...] Cerca de 2% do lixo de todo o Brasil é reciclado. Isso acontece porque reciclar é 15 vezes mais caro que jogar o lixo no*

³ Ambos os programas tem por objetivo arrecadar resíduos para reciclagem. Enquanto o programa Troca-verde, troca os resíduos arrecadados por verduras e/ou frutas, o programa coleta seletiva apenas arrecada os resíduos que podem ser reaproveitados e os encaminha a programas de reciclagem.

⁴ A primeira atividade aqui descrita foi proposta também pelos autores a uma turma do terceiro ano de um Curso de Formação de docentes em nível médio, sendo que os resultados obtidos foram diferentes em ambas as turmas.

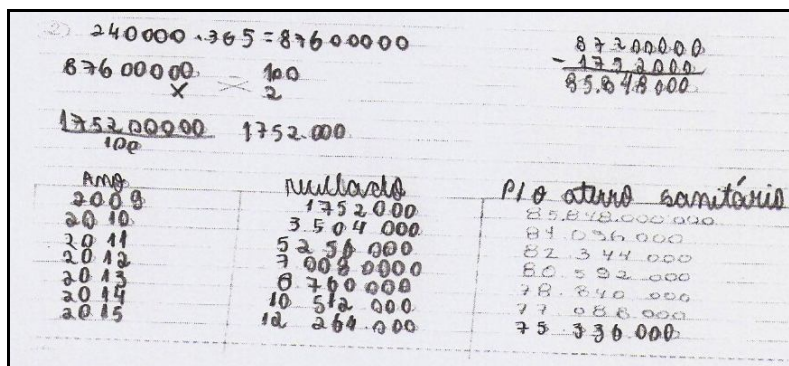
⁵ Disponível em: www.ajudabrasil.org.

aterro. A título de comparação, o percentual de lixo urbano reciclado na Europa e nos EUA é de 40 %.”

Dentre as questões lançadas aos alunos, uma delas foi: Quanto de lixo o Brasil destina aos aterros sanitários?

Para responder à questão, cada grupo pensou de uma forma. Todos os alunos concordaram que nem todo o lixo produzido no país vai para os aterros, visto que uma parte é reciclada e grande parte é queimada, jogada em rios ou tem destinos irregulares. Desta forma optaram por levar em consideração apenas a parcela de lixo reciclado para responder à questão. Todos os grupos chegaram à conclusão que nas circunstâncias do texto, o Brasil enviaria aos aterros sanitários 85 848 000 toneladas de lixo anualmente, considerando que recicla 2 % do lixo aqui produzido. Diante da situação lançamos a questão: Se a quantidade de lixo produzida no Brasil permanecesse a mesma nos próximos anos, e a porcentagem de lixo reciclado aumentasse anualmente numa progressão aritmética de razão 0,02, quanto de lixo seria destinado aos aterros?

Para responder a questão todos os grupos representaram a situação por meio de uma função linear, por outro lado as estratégias de resolução do problema forma diferentes. Os grupos 1 e 2 representaram a situação primeiramente por uma tabela com os dados e, analisando-a, generalizaram a situação.



Handwritten calculations and a table:

$240000 \cdot 365 = 87600000$
 $87600000 \cdot \frac{100}{2} = 175200000$

87600000
 $- 175200000$
 85848000

Ano	Resíduo (toneladas)	% lixo enviado aos aterros sanitários
2009	1752000	85848000
2010	3504000	84056000
2011	5256000	82344000
2012	7008000	80592000
2013	8760000	78840000
2014	10512000	77088000
2015	12264000	75336000

Quadro 1: Cálculos apresentados pelo grupo 1.

Função apresentada pelo grupo 1:

$$F(x) = 87\,600\,000 - \left(87\,600\,000 \cdot \frac{2}{100} \cdot x \right), \text{ em que:}$$

$F(x)$ = Quantidade de resíduos enviados aos aterros sanitários em função dos anos;

87 600 000 = quantidade de lixo gerado no Brasil em 2009;

$\frac{2}{100}$ = porcentagem de lixo reciclado no Brasil (razão da P.A.);

x = quantidade de anos.

Já os grupos 3 e 5 representaram a situação graficamente e depois representaram-na por meio de uma função.

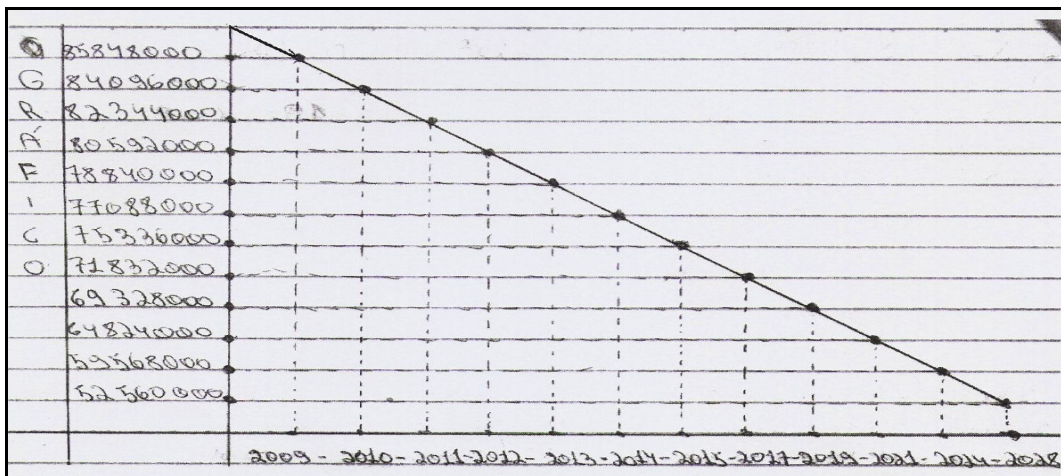


Gráfico 1: Gráfico apresentado pelo grupo 3.

Função apresentada pelo grupo 3, por meio da análise do gráfico:

$$A(\%) = 87\,600\,000 - (87\,600\,000 \times \%)$$

Em que % representa a porcentagem de lixo reciclado, e A(%) representa a quantidade de lixo destinada aos aterros em função da quantidade de lixo reciclado.

O grupo 5, entretanto apresentou primeiramente uma função e depois a representou graficamente.

Função apresentada pelo grupo 5:

$$F(x) = 87\,600\,000 - \left[\frac{2 + (2x)}{100} \right] \cdot 87\,600\,000$$

Em que x representa a número de anos e F(x)= Quantidade de resíduos destinados aos aterros em função dos anos.

Com exceção do grupo 3, que representou a quantidade de lixo destinado aos aterros em função da quantidade de lixo reciclado, todos representaram a quantidade de lixo destinada aos aterros em função do número de anos decorridos.

Para concluir a atividade, os alunos discutiram o que representava na prática as funções por eles encontradas. Chegaram à conclusão que a quantidade de resíduos reciclada no Brasil é muito pequena se comparada à quantidade de lixo produzido. Um dos alunos ainda argumentou: “A função que chegamos é decrescente, pois sempre que mandamos mais lixo para reciclar, menor será a quantidade de lixo nos aterros. Chegará uma época em que só estaremos reciclando e mandando muito pouco lixo pra lá. Mas sabemos que na prática não é bem assim. Precisamos diminuir mesmo essa quantidade alta



de lixo produzido e conseqüentemente os problemas ambientais produzidos por eles. Os números são altos...”.

SEGUNDA ATIVIDADE PROPOSTA

Diante da discussão gerada na primeira atividade proposta, acerca da quantidade de lixo reciclado no Brasil, e considerando que poucos eram os alunos que participavam de programas de coleta seletiva na turma envolvida, desenvolvemos a segunda atividade, que teve como foco o programa Troca-Verde desenvolvido pela Secretaria de meio ambiente de Iretama.

Como referência para esta atividade, disponibilizamos aos alunos a seguinte tabela:

Projeto Troca-Verde em Iretama (Sede)

Mês/ Ano	Quantidade de verduras, legumes e frutas distribuídas	Quantidade de resíduos coletados em Quilogramas
Junho/ 2008	36	138
Julho/ 2008	96	134
Agosto / 2008	88	159
Setembro/ 2008	100	200
Setembro/ 2008	96	280
Outubro/ 2008	102	240
Outubro/ 2008	102	240
Novembro/ 2008	103	180
Dezembro/ 2008	90	273
Janeiro/ 2009	700 melancias	296
Janeiro/ 2009	93	315
Março/ 2009	99	415
Abril/ 2009	100	380
Maio/ 2009	200	450
Junho/ 2009	175	455

Tabela 1: Dados do Projeto Troca-Verde em Iretama.
Fonte: Secretaria de Meio Ambiente de Iretama-PR.



Pedimos para que os grupos analisassem a situação representada na tabela e respondessem à questão: *O número de habitantes de Iretama que separam e trocam o lixo por hortaliças e/ou frutas é satisfatório?*

Ao iniciar a atividade, logo surgiram questões como: *“Quantas sacolas de verdura cabem em cada caixa?”; “Quantas sacolas cada pessoa pode receber por distribuição?” ; “Qual é a população de Iretama?”*

Os alunos estabeleceram, com base nos dados do último recenseamento, uma aproximação para o número de habitantes de Iretama, 11 000 habitantes. Daí em diante os grupos usaram estratégias diferentes para responder a questão.

Os grupos 1, 2 e 3 usaram o mesmo raciocínio, primeiramente calcularam a média aritmética entre o mínimo e o máximo de caixas distribuídas entre junho de 2008 e junho de 2009, (o mínimo de caixas distribuídas foram 36 em junho de 2008, e o máximo de caixas distribuídas foram 204, soma das caixas distribuídas em outubro de 2008) determinaram uma quantidade média de caixas distribuídas, estabeleceram a quantidade de sacolas contidas em cada caixa, fizeram a suposição da quantidade de sacolas distribuídas para cada pessoa e por fim calcularam a porcentagem da população que participava do programa. Apresentaram a solução da seguinte forma:

$$\frac{36 + 204}{2} = 120 \text{ Caixas distribuídas em média a cada troca;}$$

1 caixa = 8 sacolas

Supondo que cada pessoa receba 2 sacolas de verduras, então uma caixa pode ser distribuída para 4 pessoas. Daí temos: $120 \times 8 = 960$ e $\frac{960}{4} = 240$ pessoas.

Por proporção, se Iretama tem 11 000 habitantes, apenas 2, 18 % da população participa do programa Troca-Verde.

Resolução apresentada pelo grupo 1

Concluíram: *“O número de pessoas participantes é muito pequeno, deveria ter mais participantes, por se tratar de um projeto que precisa de incentivo da população para dar certo.”*

A diferença entre as resoluções dos grupos 1, 2 e 3 está no estabelecimento de número de sacolas contidas em cada caixa, entretanto os três grupos chegaram a um percentual menor que 10 % da população.

Os grupo 4 e 5 apresentaram a mesma solução:

Suponhamos que em cada caixa há 5 sacolas e que cada pessoa receba 1 sacola de verdura. Dividindo o número de caixas distribuídas durante o programa pela quantidade de vezes em que ele foi realizado, obtemos uma média de 124 caixas distribuídas, assim:

$$124 \times 5 = 620 \text{ pessoas.}$$



Considerando que a cidade tem 11 000 habitantes, então aproximadamente 5,6 % de pessoas participaram do Troca-verde.

Resolução apresentada pelo grupo 5

Todos os grupos chegaram a uma porcentagem inferior a 10 % da população e concluíram que o número de pessoas que participam do Troca-verde é insatisfatório, visto que a meta do programa é atingir 30 % da população. No entanto numa última discussão, chegaram a conclusão que se considerarmos que não são pessoas e sim famílias que participam do programa, os números aumentam significativamente, além disso mais pessoas participam de outro programa, o de coleta seletiva, por isso a porcentagem da população que participa de programas de troca e/ou coleta de lixo é satisfatória sim para o município.

TERCEIRA ATIVIDADE PROPOSTA

Na terceira atividade abordamos o tema: matérias primas de fontes naturais. Discutimos um texto⁶ sobre o programa Troca-verde, apresentamos a tabela abaixo e questionamos: Sabendo que, segundo a SESA⁷, a cada 1 kg de alumínio reciclado são poupados 5 kg de bauxita, em 10 anos de programa Troca-verde em Iretama, quanto de bauxita será poupada?

Composição da Reciclagem no Brasil

Material	Percentual de material reciclado
Papel	35 %
Rejeito	18 %
Vidro	16 %
Plástico	15 %
Metais	8 %
Longa Vida	2 %
Alumínio	2 %

Tabela 2: Composição de reciclagem no Brasil.
Fonte: SESA.

⁶ Disponível na secretaria de meio ambiente de Iretama.

⁷ Secretaria de estado do Meio ambiente e de Recursos hídricos.



O grupo 2 interpretou e solucionou o problema da seguinte forma:

Uma tonelada corresponde a 1000 kg. Como a prefeitura arrecadou 5 toneladas de lixo num ano⁸, (incluindo os distritos), isto corresponde a 5000 kg de lixo. Sabemos que num ano são reciclados 2 % do lixo, se considerarmos que ele recicla 2% de alumínio, então ele recicla no 1º ano, 100 kg, no 2º ano 200 kg...

Ainda apresentaram a função: $F(x) = 500x$, representando a quantidade de bauxita poupada com a reciclagem de alumínio, em função dos anos.

O grupo 4 concluiu que em 10 anos seriam poupados 5000 kg de bauxita e representou a situação graficamente.

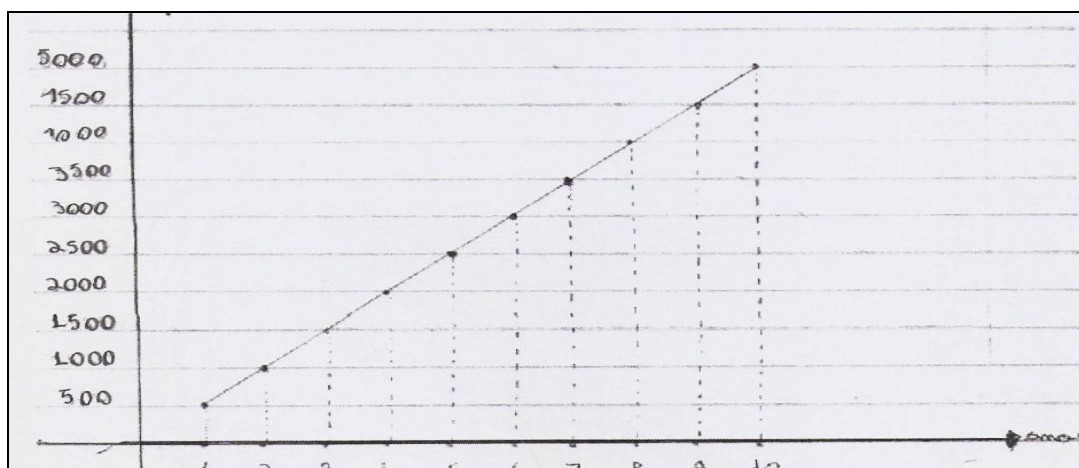


Gráfico 2: Solução apresentada pelo grupo 4 (quantidade de bauxita poupada em kg, em função dos anos).

Apesar de apresentarem as respostas de formas diferentes, os grupos chegaram a mesma resposta, ou seja, fizeram as mesmas hipóteses e aproximações para responderem a questão inicial.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio das atividades desenvolvidas tínhamos por objetivo estimular o estudo da Matemática e a participação dos alunos nos programas relacionados ao meio ambiente desenvolvidos em Iretama. Mesmo não sendo nosso principal objetivo, os alunos chegaram a modelos matemáticos que representam as situações que estavam sendo estudadas e que conheciam na prática. Estas atividades por apresentarem caráter investigativo, e mostrarem de forma clara a ligação entre a Matemática e os aspectos sociais, não só tiveram boa aceitação por parte dos alunos como as estimularam consideravelmente pelo estudo da

⁸Este dado está presente no texto usado como referência para esta atividade.



Matemática, visto que os encontros mesmo realizados no contra turno contou com a presença de todos durante as seis semanas.

A Modelagem proporcionou um ambiente de estudo da Matemática diferente do que os alunos estavam acostumados, conforme relataram. Na realização das atividades propostas tiveram que discutir, formular hipóteses, fazer aproximações, analisar informações para que pudessem elaborar possíveis soluções para os problemas propostos, quebrando o paradigma de que a Matemática seja uma ciência imparcial e estática. Como precisaram fazer aproximações matemáticas para responder a questionamentos advindos de outra área do conhecimento, perceberam que o processo de resolução de um problema real está sempre aberto ao aprimoramento e à crítica.

Em relação aos programas de coleta de lixo do município, os alunos que não participavam de nenhum programa, comprometeram-se em colaborar com o município participando de algum dos programas existentes em Iretama.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J.C. **Modelagem Matemática**: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BEAN, Dale. **O que é Modelagem Matemática?** Educação Matemática em revista, revista da Sociedade Brasileira de Educação matemática, n.9/10- Abril, p.49-57, 2001.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIM, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

SILVA, D. R. da. Ações de Modelagem para a formação inicial de professores de matemática. In: Barbosa, J.C; Caldeira, A.D.; Araújo, J. de L. **Modelagem na Educação Matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. P. 215-232.